

LBRIS

We know
books

Marius BURTEA

Georgeta BURTEA

MATEMATICĂ

**Culegere de probleme și subiecte
pentru teză**

Clasa a V-a

Semestrul II

EDITURA  **CARMINIS**
PITEȘTI

Capitolul I. RECAPITULARE	3
Capitolul al II-lea. NUMERE ZECIMALE	11
2.1. Scrierea fracțiilor cu numitori puteri ale lui 10 sub formă zecimală	11
2.2. Compararea, ordonarea, reprezentarea pe axă a numerelor zecimale	15
2.3. Transformarea fracțiilor ordinare în fracții zecimale finite și a fracțiilor zecimale finite în fracții ordinare	19
2.4. Aproximări. Rotunjiri	22
TESTE DE EVALUARE A CUNOȘTINTELOR	24
Capitolul al III-lea. OPERAȚII CU NUMERE ZECIMALE	27
3.1. Adunarea și scăderea numerelor raționale scrise sub formă zecimală	27
3.2. Înmulțirea numerelor raționale scrise sub formă zecimală	32
3.3. Ridicarea la putere cu exponent număr natural a unui număr rațional scris sub formă zecimală	35
TESTE DE EVALUARE A CUNOȘTINTELOR	37
3.4. Împărțirea numerelor naturale cu rezultat număr zecimal. Periodicitate	39
3.5. Împărțirea numerelor zecimale	45
3.6. Ordinea efectuării operațiilor cu numere zecimale	49
3.7. Rezolvarea de ecuații și inecuații care presupun operațiile studiate	50
3.8. Media aritmetică a două sau mai multe numere	53
TESTE DE EVALUARE A CUNOȘTINTELOR	57
• GEOMETRIE •	
Capitolul al IV-lea. FIGURI ȘI CORPURI GEOMETRICE	59
4.1. Figuri geometrice	59
4.2. Măsurarea și estimarea unor lungimi. Unități de măsură pentru lungimi Perimetre	66
4.3. Măsurarea unghiurilor. Drepte perpendiculare. Localizarea unui punct în plan	70
4.4. Desenarea unor figuri geometrice prin simetrie sau translație	74
TESTE DE EVALUARE A CUNOȘTINTELOR	77
4.5. Corpuri geometrice	79
4.6. Măsurarea și estimarea unor arii. Unități de măsură pentru suprafețe Aria pătratului, aria dreptunghiului. Suprafețe echivalente	82
TESTE DE EVALUARE A CUNOȘTINTELOR	89
4.7. Unități de măsură pentru volum. Volumul cubului. Volumul paralelipipedului	91
4.8. Unități de măsură pentru capacitate	94
4.9. Unități de măsură pentru masă	97
4.10. Unități de măsură pentru timp	100
TESTE DE EVALUARE A CUNOȘTINTELOR	102
LUCRĂRI DE EVALUARE SEMESTRIALĂ	104
PROBLEME RECAPITULATIVE FINALE	113
INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI	126
Algebră	126
Geometrie	141

Capitolul I RECAPITULARE

Numere naturale. Operații cu numere naturale

EXERCIȚII ȘI PROBLEME

RECAPITULARE

- ☐ R1. Aflați suma primelor n numere:
- naturale, pentru $n = 15$;
 - naturale pare, pentru $n = 14$;
 - naturale impare, pentru $n = 12$.
- ☐ R2. Se consideră șirul de numere: 1, 4, 7, 10, 13, 16, ...
- Aflați suma primelor 8 numere din șir.
 - Numărul 28 aparține acestui șir?
 - Care sunt primele 4 pătrate care sunt termeni ai șirului?
 - Care sunt primele 3 cuburi care aparțin șirului?
 - Aflați suma primilor 20 de termeni ai șirului.
- ☐ R3. Folosind proprietățile adunării, calculați:
- $1 + 5 + 9 + 13 + 17 + \dots + 33 + 37$;
 - $1 + 6 + 11 + 16 + \dots + 41 + 46$.
- ☐ R4. Determinați numerele naturale necunoscute:
- $x + 27 = 398$;
 - $2x + 1 = 9^2 + 5^2 + 7^2$;
 - $4 \cdot 3 \cdot (4 + 3)x = 36 + 6^3$;
 - $x(x + 1) + 27 = x(x + 2)$;
 - $4(x + 1) + 3(x + 2) = 2(2x + 1) + 26$;

f) $(2x+1):7=3;$

g) $(7-x):2=3;$

h) $5:(x+1)=1.$

□ **R5.** Suma a trei numere naturale este 188. Dacă din fiecare se scade același număr se obțin numerele 8, 54, respectiv 66. Aflați cele trei numere. Folosiți metode aritmetice și metode algebrice.

□ **R6.** Dacă la un număr de 5 cifre punem în dreapta numărului cifra 9, obținem un număr de 4 ori mai mic decât dacă cifra 9 s-ar pune în stânga numărului. Aflați numărul de 5 cifre.

G.M. 7/ 1982, Vasile Pasenciu

□ **R7.** Aflați cu ce cifră se termină produsul numerelor prime mai mari decât 9, dar mai mici decât 74.

□ **R8.** Cu câte zerouri se termină numerele:

a) $x = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11;$

b) $y = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 99 \cdot 100 \cdot 101?$

□ **R9.** Determinați numerele naturale:

a) care împărțite la 21 dau restul egal cu pătratul câtului;

b) care împărțite la 21 dau restul egal cu cubul câtului;

c) care împărțite la 7 dau câtul egal cu pătratul restului.

□ **R10.** Numerele 125, 150 și 170 împărțite la același număr natural dau resturile 5, 6, respectiv 2. La ce număr s-a făcut împărțirea?

□ **R11.** Aflați cel mai mic și cel mai mare număr natural nenul care împărțit la 90 să dea câtul mai mic decât restul.

□ **R12.** Aflați numerele naturale mai mici decât 2008, care împărțite la 31 dau câtul egal cu triplul restului.

- ☐ **R13.** Aflați două numere naturale știind că al doilea număr este de 8 ori mai mare decât primul număr, iar suma dintre dublul primului număr și triplul celui de-al doilea număr este 780.
- ☐ **R14.** Aflați două numere naturale știind că dacă mărim primul număr cu 15 obținem un număr egal cu al doilea, iar dacă mărim al doilea număr cu 15, obținem un număr egal cu dublul primului număr.
- ☐ **R15.** Diferența a două numere este 4211. Împărțind cele două numere se obține câtul 63 și restul 57. Aflați cele două numere.
- ☐ **R16.** Doi copii au împreună 120 de lei. Dacă primul copil ar avea de două ori mai mulți bani, iar al doilea ar avea de 5 ori mai mulți bani, atunci ar avea împreună 360 de lei. Câți lei are fiecare copil?
- ☐ **R17.** Dacă la un număr de două cifre se adună 6 și suma obținută se împarte la 7, se obține același număr ca la împărțirea cu 6 a diferenței dintre număr și 7. Care este acest număr?
- ☐ **R18.** Determinați deîmpărțitul, împărțitorul, câtul și restul împărțirii a două numere, știind că diferența dintre deîmpărțit și rest este egală cu 12.
- ☐ **R19.** Determinați numerele naturale de 3 cifre, știind că suma cifrelor este egală cu 15, iar la împărțirea cu 50 dau restul 15.

☐ **R20.** Calculați:

a) $(8^8 - 4^{12} : 2^{24})^2 : (2^{24} - 4^{12} : 8^8) : (16^4 - 16^0);$

b) $\left[3^{121} : (3^2)^{60} + (5^3)^2 : 5^{2^2} \right] : 2^2.$

LIBRIS | We know books

□ R21. Comparați numerele:

$$a = 2^{n+1} + 3 \cdot 2^n \text{ și } b = 3^{n+1} + 2 \cdot 3^n, n \in \mathbb{N}.$$

□ R22. Determinați $a, b \in \mathbb{N}$ știind că $a^b = 2^{16}$ și $b^a = 2^{32}$.

□ R23. Există numere naturale n pentru care:

$$2^{2008} - 2^{2007} - 2^{2006} = 4^n ?$$

□ R24. Determinați $n \in \mathbb{N}$ știind că numerele 3^{300} , 9^{n+50} și 81^n nu sunt toate distincte.

□ R25. Știind că $2^a \cdot 2^b = 128$ și $2^b \cdot 2^c = 256$, calculați $2^a \cdot 2^c \cdot 4^b$.

Mulțimi

□ R26. Fie $A = \{1, 2, 3, 5, 7\}$, $B = \{7, 8, 9, 10\}$.

a) Efectuați: $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$.

b) Determinați mulțimile:

$$M = \{a + b \mid a \in A, b \in B\}, N = \{|b - a| \mid a \in A, b \in B\}.$$

□ R27. Determinați mulțimile:

$$\text{a) } A = \left\{ x \in \mathbb{N} \mid 2x + \frac{18}{x} \in \mathbb{N} \right\};$$

$$\text{b) } A = \left\{ x \in \mathbb{N} \mid \frac{x+16}{x} \in \mathbb{N} \right\};$$

$$\text{c) } A = \left\{ x \in \mathbb{N} \mid \frac{x+16}{x+1} \in \mathbb{N} \right\}.$$

□ R28. Determinați mulțimile:

$$\text{a) } A = \left\{ x \in \mathbb{N} \mid 2^{x+3} \leq 8 \cdot 4^3 \right\};$$

$$\text{b) } A = \left\{ x \in \mathbb{N} \mid 3^{x+2} \leq 9 \cdot 3^2 \right\};$$

c) $A = \{x + y \mid \overline{2x2y} \text{ se divide cu } 15 \text{ și } 31\};$

d) $A = \{\overline{ab} \mid \overline{ab0ab} \text{ se divide cu } 29\};$

e) $A = \{a + b \mid \overline{1ab} + \overline{ba} \text{ se divide cu } 31\};$

f) $A = \{a \cdot b \mid \overline{2ab} + \overline{ba} \text{ se divide cu } 19\}.$

□ R29. Se dau mulțimile:

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = k^2, k \in \mathbb{N}\}, \quad B = \{x \in \mathbb{N} \mid y = p^3, p \in \mathbb{N}\}.$$

a) Aflați suma celor mai mici 4 elemente ale mulțimii A.

b) Determinați cel mai mare număr de 5 cifre din $A \cap B$.

(O.L. Bistrița-Năsăud, 2002)

□ R30. Fie $A = \{2, 4, 5\}$, $B = \{2, 3, x, 6\}$, $C = \{x, y, 4, 8\}$.

Aflați numerele $x, y \in \mathbb{N}$ știind că $A \cap B = \{2, 5\}$ și $A \subset C$.

(O.L. Caraș-Severin)

□ R31. Aflați mulțimile A și B dacă:

a) $A \cap B = \{10, 30, 90\};$

b) $A \setminus B = \{20, 40, 110\};$

c) $B \setminus A = \{50, 70, 80\}.$

□ R32. Determinați numărul de elemente ale mulțimii A dacă:

$$\text{card}(A \setminus B) = 2, \text{card}(B \setminus A) = 3 \text{ și } \text{card}(A \cup B) = 9.$$

(O.L. Galați, 2002)